

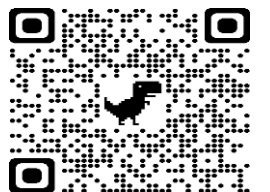


وحدة : الدائرة

متعة  
الرياضيات

مع : أحمد هجرس

[https://youtube.com/c/saholah?sub\\_confir](https://youtube.com/c/saholah?sub_confir) متعة الرياضيات على يوتيوب





## المحل الهندسي لنقطة متحركة في الاحداثيات .

@ هو مسار نقطة تتحرك تحت شروط معينة .

$P = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$	المسافة بين نقطتين أ = ( ١س ، ١ص ) ، ب = ( ٢س ، ٢ص )
$G = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$	إحداثي المنتصف
تقسم كل متوسط منهم بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة أو ٢ : ١ من جهتها	نقطة تلاقي متوسطات المثلث.
$E = \frac{ P + 1B + 1C + 1G }{\sqrt{2P^2 + 2B^2}}$	البعد بين مستقيم ونقطة خارجة عنه



- (١) أوجد المحل الهندسي لنقطة ( س ، ص ) تتحرك في الاحداثيات بحيث تبقى على بعدين متساويين من النقطتين : ( ٢ ، ٣ ) & ( ١ ، ٥ )



- (٢) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى بحيث يكون :  
بعدها عن نقطة الأصل نصف بعدها عن النقطة ( ٢ ، ١ )



- (٣) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث يكون :  
بعدها عن النقطة ( ٠ ، ٣ ) ضعف بعدها عن النقطة ( ٠ ، ٣ )  
ثم أثبت أنه يمثل معادلة دائرة نصف قطرها ٤ سم ، مركزها ( ٠ ، ٥ )



- (٤) أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تبقى دائماً على بعد ٣ وحدات إلى اليسار من المحور الصادي .



- (٥) أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تبقى دائماً على مسافة ٥ وحدات من أسفل محور السينات .



- (٦) أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة بحيث يكون دائماً الاحداثي الصادي لها ضعف الاحداثي السيني .



## معادلت الدائرة في الصورة القياسية

**تعريف الدائرة:** @ هي المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تبقى على بعد ثابت من نقطة ثابتة .

@ هي مجموعة النقط التي تبعد عن المركز بمقدار ثابت ( نصف القطر ) .

@ تنتج من قطع مستوي لمخروط دائري قائم ( بحيث يكون المستوي عمودي علي محور المخروط )

# محيط الدائرة : طول منحنى الدائرة (  $2\pi$  نق )

# سطح الدائرة : مجموعة النقط الموجودة على وداخل الدائرة . نوجد له المساحة =  $\pi$  نق<sup>2</sup>

# دائرة تمر بالنقطة ( نقطة تقع على الدائرة ) أى أن النقطة تحقق معادلة الدائرة .

# لإيجاد إحداثيات تقاطع الدائرة مع محور السينات : نضع ص = ٠

# لإيجاد إحداثيات تقاطع الدائرة مع محور الصادات : نضع س = ٠

## الصور المختلفة لمعادلات الدائرة

ملاحظات	معادلة الدائرة	المركز	الصورة القياسية
معامل س <sup>2</sup> = معامل ص <sup>2</sup> = ١	س <sup>2</sup> + ص <sup>2</sup> = نق <sup>2</sup>	نقطة الأصل ( ٠ ، ٠ )	
معامل س = معامل ص = ١	( س - أ ) <sup>2</sup> + ( ص - ب ) <sup>2</sup> = نق <sup>2</sup>	( أ ، ب )	

( ١ ) أوجد معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٤ سم .

( ٢ ) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٠ ، ٠ ) وطول نصف قطرها ٦ سم .

( ٣ ) أوجد في الصورة القياسية معادلة دائرة مركزها ( - ٣ ، ٥ ) وطول نصف قطرها ٧ سم .

( ٤ ) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٢ ، - ١ ) وطول نصف قطرها ٣ سم .

( ٥ ) أوجد إحداثيات المركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية :

$$\# \text{ س}^2 - ١٦ + \text{ص}^2 = ٠$$

$$\# \text{ س}^2 + \text{ص}^2 - ١٠٠ = ٠ \text{ صفر}$$

$$\# \text{ س}^2 + \text{ص}^2 = ٩$$

$$\# \text{ س}^2 + (٤ - \text{ص})^2 = ٧$$

$$\# (٣ + \text{س})^2 + (٢ + \text{ص})^2 = ٥$$

$$\# \text{ س}^2 + (١ - \text{ص})^2 = ٤$$

$$\# (٢ - \text{س})^2 + (٢ + \text{ص})^2 = ١٦$$



## تدريبات علي الصورة القياسية للدائرة

(١) أي النقاط الآتية تقع على دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٥ سم ؟

$$(٤, ٣), (٤, -٣), (-٣, ٤), (٢, ٥)$$

(٢) اثبت أن النقطة (٤, ٣) تقع على الدائرة :  $س^٢ + ص^٢ - ٩ = ٠$

(٣) هل النقطة (٢, ٥) تقع على الدائرة :  $س^٢ + ص^٢ = ٥$

(٤) أوجد معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (٣, ٢) ثم أوجد نصف قطرها .

(٥) أوجد معادلة دائرة مركزها (٢, ١) وتمر بالنقطة (-١, ٥) ثم أوجد نصف قطرها .

(٦) أوجد معادلة الدائرة :  $س^٢ + ص^٢ + ١ = ٩$  في كل من الحالات الآتية :

# إذا تعرضت لانسحاب (س, ص) إلى (س - ١, ص - ٣)

# إذا تعرضت لانعكاس علي محور السينات .

# إذا تعرضت لانعكاس علي محور الصادات .

# إذا تعرضت لانعكاس في نقطة الأصل .

# بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية ٩٠°

# بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية ٢٧٠°

(٧) أوجد معادلة الدائرة :  $س^٢ + ص^٢ = ٤$  إذا تعرضت لانسحاب (س, ص) إلى (س + ١, ص - ٣)

(٨) أوجد معادلة دائرة مركزها يقع علي محور السينات وطول قطرها ٤ سم ، وتمر بنقطة الأصل .

(٩) أوجد معادلة دائرة مركزها يقع علي محور الصادات وطول نصف قطرها وتمر بالنقطة (٤, ٦)

(١٠) أوجد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم  $س = -٤$  وتقطع محور الصادات في النقطتين (٣, ٠), (٩, ٠)



ملاحظات	معادلة الدائرة	المركز
<p>ل = أ -</p> <p>ك = ب -</p> <p>د = ل<sup>2</sup> + ك<sup>2</sup> - نق<sup>2</sup></p>	<p>س<sup>2</sup> + ص<sup>2</sup> + ٢ل س + ٢ك ص + د = ٠</p>	<p>(أ ، ب) = (ل - ، ك -)</p>

المركز = ( - نصف معامل س ، - نصف معامل ص )

شروط معادلة الدائرة : (١) الدالة تربيعية في س ، ص

(٢) معامل س<sup>2</sup> = معامل ص<sup>2</sup> = يجب أن يساوى ١

(٣) لا يوجد س ص في المعادلة

(٤) نق ≤ صفر

@ عندما : نق = صفر تكون الدائرة عبارة عن نقطة .

@ عندما : نق > صفر فان المعادلة لا تمثل دائرة .

@ إذا كانت د = صفر فإن الدائرة تمر بنقطة الأصل .

أي من المعادلات الآتية تمثل دائرة مع ذكر السبب :

#٢ س<sup>2</sup> + ص<sup>2</sup> + ٤ = ٣ س ص

#١ س<sup>2</sup> - ٢ س + ص + ص<sup>2</sup> = -٤

تحت  
الرياضيات  
مع: احمد هجرس

$$\#٣ \quad ٠ = ١٠ + ٦س - ٧ص + ٣ص^٢ + ٢س^٢$$

$$\#٤ \quad ٢٥ = ٦س - ٩ص + ٣ص^٢ + ٢س^٢$$

$$\#٥ \quad ٠ = ١٠ + ٨ص - ٤س + ٢ص^٢ - ٢س^٢$$

$$\#٦ \quad ٩ = ٢ص + ٢س^٢$$

$$\#٧ \quad ١ = \frac{٢ص}{١٦} + \frac{٢س}{٢٥}$$

$$\#٨ \quad ١ = \frac{٢ص}{١٦} - \frac{٢س}{٢٥}$$

$$\#٩ \quad ١٦ = ٢ص$$

$$\#١٠ \quad \sqrt{٢٥ - ٢س} = \pm ١٠ص$$



من الصورة العامة للقياسية	من الصورة القياسية للعامة	
$س^2 + ص^2 + ٢ ل س + ٢ ك ص + د = ٠$	$(س - أ)^2 + (ص - ب)^2 = نق^2$ نحدد أولاً : المركز = ( أ ، ب ) ونصف القطر = نق	<b>المعطيات</b>
(١) نوجد المركز = ( - نصف معامل س ، - نصف معامل ص ) (٢) نوجد نصف القطر : $نق^2 = ل^2 + ك^2 - د$ (٣) نكتب الصورة القياسية	(١) معامل س = - ضعف أ (٢) معامل ص = - ضعف ب (٣) $د = ل^2 + ك^2 - نق^2$ (٤) نكتب الصورة العامة	<b>الطريقة الأولى</b>
<u>طريقة إكمال المربع :</u> (١) نضع المجاهيل في طرف والأعداد في طرف بحيث يكون معامل س = ص = ١ (٢) نضيف ( نصف معامل س ) للطرفين (٢) نحولها للصورة : $(س - عدد)^2 + (ص - عدد)^2 = عدد$	<u>طريقة فك الأقواس :</u> الأول × نفسه + ٢ × الأول × الثاني + الثاني في نفسه	<b>الطريقة الثانية</b>

حول معادلات الدوائر الآتية إلى الصورة العامة : أوجد المركز ونصف القطر

$$\begin{aligned} \#١ \quad (س - ١)^2 + (ص + ١)^2 - ٥ = ٠ & \quad \#٢ \quad ٣ = ٢(ص - ٢) + س^2 \\ \#٣ \quad (س - ٣)^2 + ص^2 = ١ & \quad \#٤ \quad ٥ = ٢(١ - ص) + (س + ٤)^2 \end{aligned}$$

حول معادلات الدوائر الآتية إلى الصورة القياسية : ثم أوجد إحداثيات المركز وطول نصف القطر :

$$\begin{aligned} \#١ \quad س^2 + ص^2 - ٨س + ٦ص + ٩ = صفر & \quad \#٢ \quad ٦س^2 - ١٢س + ٦ص^2 + ٣٦ = ٣٦ \\ \#٣ \quad س^2 + ص^2 - ٤س + ١٢ص + ٢٩ = ٠ & \end{aligned}$$

(٢) أوجد في الصورة العامة معادلة دائرة مركزها ( - ١ ، ٢ ) وطول نصف قطرها ٣ سم .

(٣) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٣ ، - ٤ ) وطول نصف قطرها ٢ سم .



٤) أوجد معادلة الدائرة :  $s^2 + v^2 - 4s = 7$

إذا تعرضت لانسحاب (س ، ص) إلى (س + ١ ، ٢ ص - ٣)

مع: الحمد لله رب العالمين

٥) أوجد معادلة الدائرة :  $s^2 + v^2 - 6s - 2v = 6$

تحت تأثير الانسحاب (س ، ص) إلى (٢ س ، ٣ ص)

٦) أوجد إحداثيات المركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية :

#٢  $s^2 + v^2 - 3s - 2v = 8$

#١  $s^2 + v^2 - 2s + 2v = 1$

#٤  $s^2 + v^2 - 4s - 7v = 7$

#٣  $s^2 + v^2 + 1 = 4s - 2v$

٧) أوجد إحداثيات المركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية :

#٢  $s^2 + v^2 - 8s + 6v = 25$

#١  $s^2 + v^2 - 2s + 2v = 12$

#٤  $s^2 + v^2 - 8s + 6v = 24$

#٣  $s^2 + v^2 - 8s + 6v = 26$

#٦  $s^2 + v^2 - 2s - 4v = 1$

#٥  $s^2 + v^2 + 4s - 6v = 12$

#٨  $s^2 + v^2 + 24s + 36v = 23$

#٧  $s^2 + v^2 + 2s + 2v = 0$

٨) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (١ - ، ١) ومركزها يقع علي محور السينات .

٩) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٢ - ، ١) ومركزها يقع علي المستقيم :  $s + 2v = 3$

١٠) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، ١) وتمس المستقيم :  $s - 4v = 10$

١١) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٠ ، ٠) وتمس المستقيم :  $s + 4v = 25$

١٢) أوجد معادلة دائرة مركزها (٢ - ، ٥) ويمر محيطها بمركز الدائرة :  $s^2 + v^2 - 2s - 2v = 7$

١٣) اثبت أن الدائرتين  $s^2 + v^2 - 6s + 8v = 16$  ،  $s^2 + v^2 - 4s + 4v = 69$

متحدتا المركز ثم أوجد البعد بين محيطيهما .





## معادلت دائرة بمعلومت نهايتي القطر

إيجاد معادلة دائرة إذا كان أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) نهايتي قطر فيها

$س٢ + ص٢ - (س١ + ص١)س - (س١ + ص١)ص + ص١س١ + ص٢ص٢ = ٠$	<b>الطريقة الأولى</b>
$٠ = (س١ - ص١) (س١ - ص١) + (س٢ - ص٢) (س٢ - ص٢)$	<b>الطريقة الثانية</b>
<p>(١) نوجد المركز = <math>(\frac{\text{مجموع السينات}}{2}, \frac{\text{مجموع الصادات}}{2})</math></p> <p>(٢) نصف القطر = المسافة من المركز لأحد النهايتين</p> <p>(٣) نعوض في الصورة القياسية</p>	<b>الطريقة الثالثة</b>
<p>(١) نفرض نقطة ج (س ، ص) تنتمي لمحيط الدائرة</p> <p>(٢) ميل أ ج × ميل ب ج = -١</p> <p>لأن زاوية أ ج ب محيطية مرسومة علي قطر قياسها = ٩٠°</p>	<b>الطريقة الرابعة</b>

أوجد معادلة دائرة احدائيات نهايتي قطرها كما هو مبين في كل من الحالات الآتية :

#٢ (١ ، ٣) ، (٥ ، ٦)

#١ (٥ ، ١ -) ، (٤ ، ٢)

#٤ (٣ ، ٠) ، (٥ ، ٢)

#٣ (٤ - ، ٦) ، (٨ ، ٢)

(٥) أوجد معادلة دائرة أحد أقطارها يصل بين مركزي الدائرتين :

$$٠ = ٣ + ص + ٨ س ، ٠ = ٥ - ص - ٤ س + ٢ ص + ٢ س + ١٢ س + ٨ ص + ٣ = ٠$$

(٦) دائرتان متحدتا المركز م ، احدائيات نهايتي قطر الدائرة الصغرى ( ٣ ، ٢ ) ، ( ٧ ، ٦ ) فإذا كان الفرق بين نصفى قطري الدائرتين يساوى ٣ وحدات ، فأوجد معادلة الدائرتين .

إذا علمت أن النقطتين ( ٢ ، ٤ ) ، ( ١- ، ٢ ) نهايتي قطر في دائرة وكانت هذه الدائرة تمر بالنقطة ( ٣ ، ١ ) فما قيمة ٢ ، ثم اكتب معادلة هذه الدائرة.

أوجد نقاط التقاء المستقيم س-٣ص=٠ مع الدائرة س<sup>٢</sup>+ص<sup>٢</sup>-١٠س-٥ص+٢٥=٠ ، ثم أوجد معادلة الدائرة التي تكون هاتان النقطتان نهايتي قطر فيها.

## معادلت دائرة معلوم مركزها وتمس أحد المحورين



مع : المجد هجرس إذا كان المركز ( - ، - )		المركز	
نقطة التماس	نصف القطر		
( ٠ ، ٤ - )	نق = ٥	( عدد ، نق )	<b>تمس محور السينات</b>
( ٥ - ، ٠ )	نق = ٤	( نق ، عدد )	<b>تمس محور الصادات</b>
( ٠ ، ٠ ) ، ( ٠ ، ص )	نق = س = ص	( نق ، نق )	<b>تمس المحورين</b>
( نق ، نعوض في معادلة المستقيم عن س = نق )			<b>مركزها يقع على المستقيم</b>
نق = طول العمود الساقط من المركز على الخط المستقيم			<b>معلوم مركزها وتمس مستقيم</b>

الدائرة تمس المحورين : احداثيي المركز متساويين ( وقد يختلفا في الاشارة حسب الربع الذي يقع فيه المركز ).



(١) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٣ - ، ٤ ) وتمس محور السينات .

(٢) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ١ - ، ٢ - ) وتمس محور الصادات .

(٣) أوجد معادلة دائرة تمس محور السينات في النقطة ( ٠ ، ٣ ) ويقع مركزها على المستقيم : ص = ٤

(٤) أوجد معادلة دائرة تمس محوري الاحداثيات وطول نصف قطرها ٣ وحدات وتقع في الربع الثاني .

(٥) أوجد معادلة دائرة تمس المحورين عند ( ٠ ، ٢ - ) ، ( ٢ ، ٠ )

(٦) أوجد معادلة دائرة تمس المحورين ومركزها يقع على المستقيم : ص = - ٣ ما عدد الحلول ؟

(٧) أوجد معادلة دائرة تمس محور السينات في النقطة ( ٠ ، ٥ ) وتمر بالنقطة ( ٣ ، ٢ )

(٨) أوجد دائرة تمس المحورين وتمر بالنقطة ( ٢ - ، ١ )

(٩) أوجد دائرة تمس المحورين وتمس المستقيم : ص = ٤

(١٠) أوجد معادلة دائرة تمس الدائرة : س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup> = ٤ ومركزها ( ٥ ، ٠ )

(١١) أوجد معادلة دائرة تمس محور السينات والمستقيم : ص = ٨ والاحداثي السيني للمركز ضعف الاحداثي الصادي

(١٢) أوجد معادلة دائرة يقع مركزها على المستقيم : س + ص = ٤ وتمس كلا من محوري الاحداثيات .



## معادلت دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحد

**طريقة الحل :** (١) نعوض بالنقاط الثلاثة في المعادلة العامة للدائرة .

- (٢) نحل المعادلات الثلاثة عن طريق : # نطرح الأولي والثانية  
## نطرح الأولي والثالثة  
(٣) نحل المعادلتين الناتجتين ثم التعويض في أحد المعادلات الثلاث .

**ويمكن الحل باستخدام الآلة الحاسبة للتأكد من الحل .**



(١) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقاط ( ٠ ، ٠ ) ، ( ٢ ، - ٤ ) ، ( ٦ ، ٨ )

(٢) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقاط ( ١ ، ٥ - ) ، ( ١ ، ١ ) ، ( ٢ ، ١ )

(٣) أوجد معادلة دائرة تمر بنقطة الأصل

وتقطع من محوري السينات والصادات جزأين موجبين طولاهما ٣ ، ٤ علي الترتيب

(٤) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( ١ ، ٣ ) ، ( - ٣ ، ٩ ) ويقع مركزها علي محور الصادات .

(٥) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( ٣ ، - ١ ) ، ( ١ ، ٥ ) ويقع مركزها علي محور السينات .

(٦) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( - ١ ، ٣ ) ، ( ٠ ، ٠ ) ويقع مركزها علي محور السينات .

(٧) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( ٤ ، - ٤ ) ، ( - ٢ ، ٦ ) ويقع مركزها علي المستقيم : س + ص = ٢

(٨) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( - ١ ، ٤ ) ، ( ٠ ، ٣ ) ويقع مركزها علي المستقيم : س - ٢ ص = ١



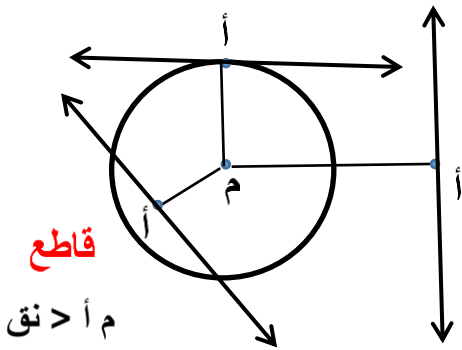
لتحديد موضع النقطة (س، ص) بالنسبة للدائرة .

الطريقة الثانية	الطريقة الأولى						
<p>(١) نعوض بالنقطة في معادلة الدائرة فإذا كان الناتج</p> <table border="1"> <tr> <td>صفر</td> <td>سالِب</td> <td>موجب</td> </tr> <tr> <td>علي الدائرة</td> <td>داخل الدائرة</td> <td>خارج الدائرة</td> </tr> </table>	صفر	سالِب	موجب	علي الدائرة	داخل الدائرة	خارج الدائرة	<p>(١) نحدد المركز وطول نصف القطر . (٢) نوجد طول : م أ</p> <p>(٣) نستخدم الشكل</p>
صفر	سالِب	موجب					
علي الدائرة	داخل الدائرة	خارج الدائرة					

مماس

$$م أ = نق$$

### علاقت مستقيم بالدائرة :



- (١) نوجد طول العمود الساقط من المركز على الخط المستقيم = م أ خارج  
(٢) نحدد المركز ونوجد نق م أ < نق  
(٣) نستخدم الشكل

# مركز الدائرة هو نقطة تقاطع قطرين فيها .

# نصف القطر عمودي على المماس من نقطة التماس

الإسم	الرسم	نقاط التقاطع	المماسات المشتركة	المماسات الخارجية	المماسات الداخلية
متحدتا المركز		م ن = ٠	لا يوجد	لا يوجد	٠
إحدهما داخل الأخرى		م ن > نق <sub>١</sub> - نق <sub>٢</sub>	لا يوجد	لا يوجد	٠
متماستان من الداخل		م ن = نق <sub>١</sub> - نق <sub>٢</sub>	١	١	٠
متقاطعتان		نق <sub>١</sub> + نق <sub>٢</sub> > م ن > نق <sub>١</sub> - نق <sub>٢</sub>	٢	٢	٠
متماستان من الخارج		م ن = نق <sub>١</sub> + نق <sub>٢</sub>	٣	٢	١
متباعدتان		م ن < نق <sub>١</sub> + نق <sub>٢</sub>	لا يوجد	٤	٢

خط المركزين : هو القطعة المستقيمة الواصلة بين المركزين .

الوتر المشترك : قطعة مستقيمة تقطع كلاً من الدائرتين في نقطتين .

المماس المشترك : مستقيم يقطع كلاً من الدائرتين في نقطة واحدة .

المماس المشترك الخارجي : تقع الدائرتين في جهة واحدة من المماس المشترك .

المماس المشترك الداخلي : تقع الدائرتين في جهتين مختلفتين من المماس المشترك .

@ معادلة الوتر المشترك لدائرتين متقاطعتين = الفرق بين معادلتا الدائرتين  
بعد توحيد معاملات س<sup>٢</sup> ، ص<sup>٢</sup> في كلتا المعادلتين .

## معادلتا المماس وطولت

طريقة الحل : (١) نحدد المركز وطول نصف القطر .

(٢) نوجد طول : م أ لتحديد موضع النقطة (س<sup>١</sup> ، ص<sup>١</sup>) بالنسبة للدائرة .

معادلة المماس	طول المماس	عدد المماسات	موضع النقطة	
-	-	لا يمكن رسم مماس	مركز الدائرة	م أ = ٠
-	-	لا يمكن رسم مماس	داخل الدائرة	م أ > نق
(١) نوجد ميل نصف القطر (فرق الصادات ÷ فرق السينات) (٢) منه نوجد ميل المماس (المقلوب بإشارة مخالفة) (٣) معادلة المماس : ص - ص <sup>١</sup> = الميل (س - س <sup>١</sup> )	لا يمكن إيجاد طولته	مماس واحد	على	م أ = نق
(١) نضع المعادلة : ص - ص <sup>١</sup> = م (س - س <sup>١</sup> ) في الصورة العامة : أ س + ب ص + ج = ٠ (٢) نوجد قيمة م بالتعويض في : العمود الساقط من المركز على المماس	@ من فيثاغورس : (المماس) <sup>٢</sup> = (م أ) <sup>٢</sup> - نق <sup>٢</sup>	مماسان متساويان في الطول	خارج	م أ < نق
$\frac{ أس + ب ص + ج }{\sqrt{٢١ + ٢ب}} = نق$				



- (١) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  والمرسوم من النقطة  $(4, 3)$
- (٢) أوجد طول ومعادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  والمرسوم من النقطة  $(2, 2)$
- مع : أحمد هجرس
- (٣) أوجد طول ومعادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  والمرسوم من النقطة  $(1, 3)$

- (١) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 7 = 0$  عند النقطة  $(3, 2)$
- (٢) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 9 = 0$  عند النقطة  $(3, 5)$
- (٣) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 12 = 0$  عند النقطة  $(3, -1)$
- (٤) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$  عند النقطة  $(1, -1)$

(٥) أوجد معادلة الوتر المشترك للدائرتين :

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 10 = 0 \quad \& \quad x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

- (٦) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$  من النقطة  $(4, 3)$
- (٧) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  من النقطة  $(2, 2)$
- (٨) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  من النقطة  $(5, 7)$
- (٩) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 - 10x + 8y + 5 = 0$  من النقطة  $(5, 4)$
- (١٠) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 2 = 0$  من النقطة  $(0, 0)$

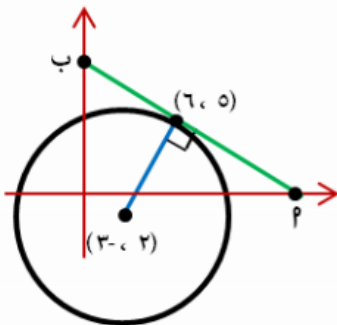
(١١) اثبت أن الخط المستقيم :  $x - y - 3 = 0$  هو مماس مشترك للدائرتين :

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0, \quad x^2 + y^2 + 2x + 4y + 13 = 0$$

المماس المرسوم للدائرة  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 77 = 0$  من النقطة  $(5, 6)$

يلاقي المحورين الإحداثيين في النقطتين P ، B ، أوجد إحداثيات كل من P ، B

واستنتج مساحة المثلث P B حيث M نقطة الأصل.





## مراجعة الوحدة الثالثة

أسئلة اختبارات الأعوام : ٢٠٠٩ - ٢٠١٩

(١١) طول المماس المرسوم من النقطة ( ٢ ، ٥ ) للدائرة  $s^2 + v^2 + 4s = 1$  يساوي :

- ١  ٤  ٦  ٣٦

(١٢) إذا كانت  $s^2 + v^2 + 4s + 10v = 0$  تمثل معادلة دائرة مركزها يقع في الربع

الرابع وتمس المستقيم  $v = 0$  فإن قيمة  $l$  تساوي :

- ١٦  ٤  ٤  ١٦

(١٣) دائرة معادلتها  $s^2 + v^2 + 4s - 6v = 17$  فإن معادلة قطرها الذي يعامد المستقيم

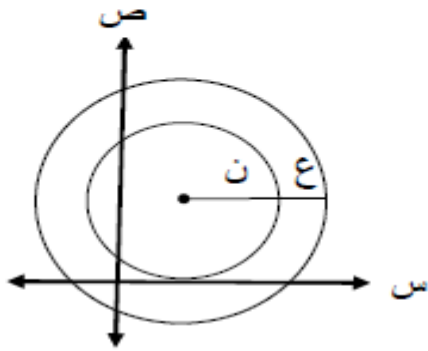
$5s - 2v = 13$  هي :

$0 = 11 + 5s + 2v$    $0 = 11 - 5s + 2v$

$0 = 11 + 5v + 2s$    $0 = 11 - 5v + 2s$

(١٤) دائرتان متحدتا المركز، مركزيهما ( ٣ ، ٦ ) والدائرة الصغرى تمس المحور السيني كما في

الشكل المقابل ، فإذا كان نسبة ع : ن كنسبة ٢ : ٣ ، فإن معادلة الدائرة الكبرى هي :



$16 = (6 - v)^2 + (3 - s)^2$

$81 = (6 - v)^2 + (3 - s)^2$

$100 = (6 - v)^2 + (3 - s)^2$

$100 = (3 - v)^2 + (6 - s)^2$

(٢٤) إذا كان طول نصف قطر الدائرة  $s^2 + v^2 + 6s + 10v - 3 = 0$  يساوي ٥ :

أ) أوجد قيمة ج

ب) وضع النقطة ( -٢ ، ٣ ) بالنسبة للدائرة

(٢٥) أوجد الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي تمس المحور الصادي في النقطة ( ٠ ، ٢ ) والمستقيم  $v = 3$  ويقع مركزها في الربع الثاني .

اختبار ١٧-١٨ تدريب

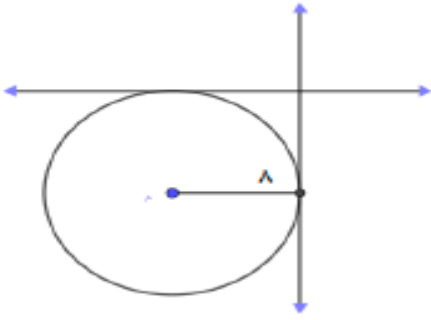
(١١) المستقيم الذي يمس الدائرة  $x^2 + y^2 = 9$  هو :

$3x + 4y = 10$

$9 = x + y$

$3 = x - y$

$3 = 4 - x$



(١٢) معادلة الدائرة في الشكل المقابل هي:

$64 = \sqrt{(x-8)^2} + \sqrt{(y-8)^2}$

$64 = \sqrt{(x-8)^2} + \sqrt{(x+8)^2}$

$64 = \sqrt{(x+8)^2} + \sqrt{(y-8)^2}$

$64 = \sqrt{(x+8)^2} + \sqrt{(x+8)^2}$

(١٣) إذا كانت النقطة  $(-1, p)$  تقع على الدائرة  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$  فإن قيمة  $p$  تساوي :

١-

٦-

٧-

٨-

(١٤) إذا كان المستقيم  $l$  يمس الدائرة  $M$  التي مركزها  $(1, 4)$ ، عند النقطة  $(2, 6)$ ، فإن معادلة المستقيم  $l$  هي :

$\frac{1}{2} = (x-2) - (y-6)$

$2 = (x-2) - (y-6)$

$\frac{1}{2} = (x-1) - (y-4)$

$2 = (x-1) - (y-4)$

(٤) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الآتية: أ  $(1, 0)$ ، ب  $(7, 0)$ ، ج  $(5, -3)$ .

(٤) إذا كانت النقطتان  $(-3, 2)$ ،  $(8, ج)$  هما نهايتا قطر لدائرة تمس محور الصادات، فأوجد قيمة  $ج$  ومعادلة الدائرة.

(٤) أوجد معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات عند النقطة  $(0, 4)$  وتقطع الجزء الموجب لمحور السينات في نقطتين البعد بينهما ٦ وحدات.

اختبار ١٦ - ١٧ تدريب

متعة الرياضيات

(١١) إذا علم أن نصف قطر الدائرة  $s + ص - صا - صب + صج = ٠$  يساوي  $\sqrt{٤٧}$  فإن قيمة  $ج$  يساوي:

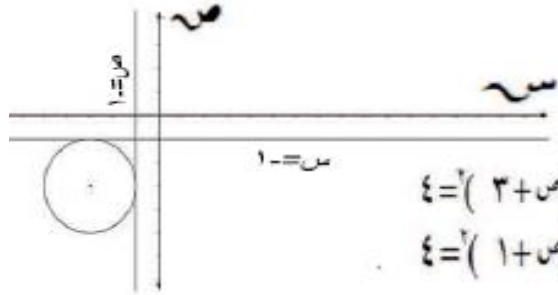
٩  
 ١-

٩-  
 ٢

(١٢) إذا كانت الدائرة  $s + ص + صا + صب - صج + صد = ٠$  تمس محور السينات في النقطة  $(٠, ٢)$  فإن قيمتي  $ب$  ،  $د$  على الترتيب تساوي:

٤ ، ٤-  
 ٤ ، ٤

٤ ، ٨-  
 ٤ ، ٨



(١٣) مستعينا بالشكل المجاور : معادلة الدائرة التي نصف قطرها ٢ وحدة هي:

$٤ = (٣ + ص) + (٣ + ص)$   
  $٤ = (١ + ص) + (١ + ص)$

$٤ = (٣ - ص) + (٣ - ص)$   
  $٤ = (١ - ص) + (١ - ص)$

(١٤) إذا كان طول المماس المرسوم من النقطة  $(٥, ٧)$  للدائرة  $s + ص - صا - صب + صج = ٠$  يساوي  $\sqrt{٢٧}$  فإن قيمة  $ج$  تساوي :

٩  
 ٢-

٩-  
 ٢

(٢١) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بنقطة الأصل وتقطع من محوري الصادات و السينات الموجبين ٤ وحدات و ٦ وحدات على الترتيب

(٢٤) برهن أن المستقيم  $s + ص = ١$  يمس الدائرة  $s + ص - صا - صب + صج = ٩$  ثم أوجد إحداثيات نقطة التماس

(٢٥) أثبت أن المستقيم  $s - ص - صا = ٣$  مماس مشترك للدائرتين

$s + ص - صا - صب + صج = ٣$  ،  $s + ص + صا - صب + صج = ١٣$

اختبار ١٥ - ١٦ تدريب

(١١) نصف قطر الدائرة التي مركزها (٣، ٢) وتمس محور الصادات يساوي :

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

(١٢) إذا كانت النقطتان م (٣، ١) ، ب (٣، ٧) نهايتي قطر في دائرة فإن معادلتها هي:

(أ)  $٩ = (٣ + ص)^2 + (٤ + س)^2$  (ب)  $٣ = (٣ - ص)^2 + (٢ - س)^2$

(ج)  $٩ = (٣ - ص)^2 + (٢ - س)^2$  (د)  $٣ = (٣ + ص)^2 + (٤ + س)^2$

(١٣) إذا كان  $س^2 + ص^2 + ٦س - (١ + هـ)ص + ٩ = ٠$  تمثل معادلة دائرة تمس محور السينات وطول نصف قطرها يساوي ٢ فإن قيمة هـ تساوي :

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج)  $٢\sqrt{٢}$  (د)  $٢ - \sqrt{٢}$

(١٤) عدد المماسات المشتركة للدائرتين  $س^2 + ص^2 + ٢س + ١٠ + ص + ٢٥ = ٠$  ،  $س^2 + ص^2 + ٤س + ١٠ + ص + ٦٥ = ٠$  يساوي :

- (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

(٢١) أوجد معادلة الدائرة إذا كان معادلة القطرين المتعامدين فيها  $ص = ٠$  ،  $س = ٠$  وطول قطرها  $\sqrt{٦}$

(٢٤) إذا كانت م (٢، ١) ب (٢، ٤) ج (٥، ٤) د (٥، ١) تمثل رؤوس مربع فأوجد:

(أ) معادلة الدائرة التي تمس أضلاع المربع من الداخل

(ب) معادلة الدائرة التي تمر برؤوس المربع



اختبار ١٥ - ١٦ دور أول

(١١) إحداثيات مركز الدائرة (س - ١) + ٢(ص + ٢) = ١٥ هو:

(١، ٢-)  (٢-، ١)

(١-، ٢)  (٢، ١-)

(١٢) إحدى معادلتى المماسين للدائرة  $س^2 + ٢ص - ٨س + ١٣ = ٠$  والموازي لمحور السينات هي:

$س = ٢$    $س = ١$

$ص = ٢$    $ص = ١$

(١٣) إذا كانت الدائرة تمس محوري الإحداثيات وتمر بالنقطتين (٢-، ١-)، (٢-، ٩-)، فإن معادلتها هي:

$٢٥ = ٢(٥ + ص) + ٢(٥ + س)$    $٢٧٩ = ٢(١٧ + ص) + ٢(١٧ + س)$

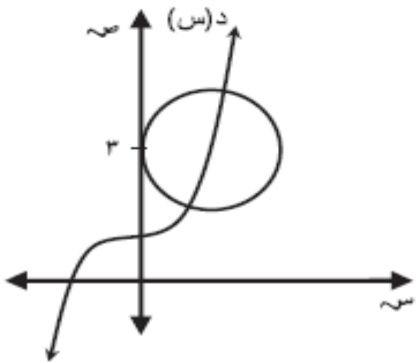
$١ = ٢(١ + ص) + ٢(١ + س)$    $٥٠ = ٢(١ + ص) + ٢(٢ + س)$

(١٤) في الشكل المجاور إذا كان المنحنى د(س) =  $٢س^٣ + ١$  يمر بمركز الدائرة،

فإن طول نصف قطر الدائرة يساوي:

$\frac{٣}{٢}$   ٢

$\frac{١}{٢}$   ١



(٢١) بين موقع النقطة (٢، ٣) بالنسبة للدائرة التي معادلتها (س + ١) + ٢(ص + ٢) = ٧

(٢٤) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة  $س^2 + ٢ص - ٨س + ١٦ = ٠$  من النقطة (٠، ٢-).

(٢٥) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين  $أ(٢، ٣)$ ،  $ب(٤، ٧)$  إذا علمت أن المماسين لها عند  $أ$ ،  $ب$  متوازيان.



اختبار ١٤ - ١٥ تجربي

(١١) إذا كانت  $3س^2 + 3ص^2 - 2س - 2ص + 4 = 0$  تمثل دائرة فإن قيمة  $أ$  تساوي :

(أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) صفر

(١٢) معادلة الدائرة التي تمس المحورين عند النقطتين  $(٠, ٩)$  ،  $(٩, ٠)$  هي

(أ)  $س^2 + ص^2 = ٩$  (ب)  $س^2 + ص^2 = ٨١$

(ج)  $٩ = (س-٩)^2 + (ص+٩)^2$  (د)  $٨١ = (س-٩)^2 + (ص+٩)^2$

(١٣) دائرة تمس المستقيمين  $س = ٥$  و  $س = ١$  ، فإن مركزها الذي يقع على المستقيم  $ص = ٢$  هو :

(أ)  $(٢, ١)$  (ب)  $(٢, ٢)$  (ج)  $(٢, ٣)$  (د)  $(٢, ٥)$

(١٤) إذا كان المستقيم  $٣س + ٤ص = ٠$  يمس الدائرة  $س^2 + (ص - ١)^2 = ١$  ، فإن قيمة  $ب$  تساوي:

(أ)  $\frac{٣}{٥}$  (ب)  $\frac{٤}{٥}$  (ج)  $\frac{٥}{٤}$  (د)  $\frac{٥}{٣}$

(٢١) النقطة  $(٢, -٣)$  هي مركز دائرة تمس محور الصادات، أوجد كلاً من:

(١) الربع الذي يقع فيه مركز الدائرة. (٢) نصف قطرها. (٣) معادلة الدائرة.

(٢٤) أوجد معادلة الدائرة التي تمس المحورين وتمس المستقيم  $٥س + ٨ص - ٦٠ = ٠$  وتقع في الربع الاول .

(٢٥) إذا كان  $ع$  ،  $ل$  نهايتي قطر في الدائرة  $س^2 + ٦ص^2 + ٦س + م - ١٥ = ٠$

حيث  $ع(٣, ٠)$  ،  $م$  عدد حقيقي. أوجد إحداثي النقطة  $ل$ .

(١١) معادلة الدائرة التي مركزها النقطة  $(٢, ٠)$  وطول قطرها ٨ وحدات هي :

$٦٤ = ص^٢ + (س - ٢)^٢$         $١٦ = ص^٢ + (س - ٢)^٢$

$٦٤ = ص^٢ + (س + ٢)^٢$         $١٦ = ص^٢ + (س + ٢)^٢$

(١٢) إذا كانت النقطتان  $(٢, ٢)$  ،  $(٤, ١)$  نهايتا قطر في دائرة تمر بنقطة الأصل ، فإن قيمة  $P$  تساوي :

٨ -       ٣ -

$\frac{١}{٨}$         $\frac{١}{٢}$

(١٣) إذا كانت  $س^٢ + ص^٢ - ٣س + ٤ص = ٠$  تمثل معادلة دائرة ، فإن مركز الدائرة هو :

$(٤, -١٢)$         $(٢, -٦)$

$(-٤, ١٢)$         $(-٢, ٦)$

(١٤) دائرتان معادلتيهما  $س^٢ + (ص + ٥)^٢ - ٩ = ٠$  ،  $س^٢ + ص^٢ - ١ = ٠$  . عدد المماسات المشتركة للدائرتين يساوي :

١       ٢

٣       ٤

(٢١) حوّل معادلة الدائرة  $س^٢ + ص^٢ - ٨س + ١٦ص + ٧٩ = ٠$  إلى الصورة القياسية ، ثم أوجد إحداثيات المركز ، وطول نصف القطر.

(٢٤) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة  $س^٢ + ص^٢ + ١٤ص = ١٥$  من النقطة  $(٠, ٦)$  .

(٢٥) دائرة تمس المستقيم  $س = ٢$  ، وتمر بالنقطتين  $(٠, ٠)$  ،  $(٣, ١)$  . أوجد طول نصف قطر الدائرة إذا علمت أن مركزها يقع في الربع الثالث .



اختبار ١٤ - ١٥ دور ثاني

(١١) مركز الدائرة  $S^2 + C^2 - 4C = 8$  هو:

(٠ ، ٢-)

(٠ ، ٢)

(٢- ، ٠)

(٢ ، ٠)

(١٢) الدائرة التي مركزها  $(-٤ ، ١)$  ونصف قطرها ٢ ، تمس المستقيم:

$1 = C$

$2 = S$

$3- = C$

$6- = S$

(١٣) إذا كانت  $3m^2 + C(2 + m) = 9$  تُمثل معادلة دائرة، فإن قيمة  $m$  تساوي:

١

٣

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$

(١٤) إذا كان المستقيم  $C = S$  يقطع الدائرة  $S^2 + C^2 + (C - N) = 2$  في نقطتين، فإن قيم  $N$  تنتمي إلى الفترة:

$[-٤ ، ٤]$

$[-٢ ، ٢]$

$[-\infty ، ٢]$

$[٤ ، \infty]$

(٢١) دائرة معادلتها  $(S + ٥) + C^2 = ٩$  ، حدد كلاً مما يأتي:

(أ) موقع النقطة  $(-٦ ، ١)$  بالنسبة للدائرة.

(ب) وضع المستقيم  $C + 2S = ٥$  بالنسبة للدائرة.

(٢٤) إذا كان الفرق بين قطري دائرتين متحدتي المركز يساوي ٨ ، وكانت معادلة الدائرة الكبرى هي  $(S - ١) + C^2 = ٣٦$  . فأوجد معادلة الدائرة الصغرى.

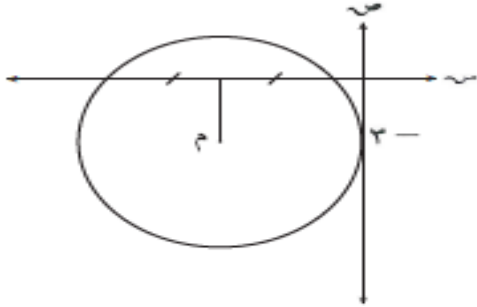
(٢٥) دائرة تمس المستقيمين  $S = ٥$  ،  $C = ٧$  ، ويقع مركزها على المستقيم  $C = -S$  . أوجد طول نصف قطرها .

اختبار ١٣ - ١٤ دور أول

١١) نصف قطر الدائرة التي معادلتها  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$  يساوي:

- ٢ ○      ٣ ○      ٤ ○      ٩ ○

١٢) من الشكل المجاور مركز الدائرة م التي تمس محور الصادات وتقطع من محور السينات السالب وترأ طوله ٨ وحدات هو:



- ٣-، ٤- ○      ٤-، ٣- ○

- ٣-، ٥- ○      ٥-، ٣- ○

١٣) معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين P (٢، ٤) ، B (٢، ٤) والمماسين لها عند A ، B متوازيين هي:

$x^2 + y^2 - 12x - 10y + 53 = 0$  ○       $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$  ○

$x^2 + y^2 + 6x + 6y - 23 = 0$  ○       $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 29 = 0$  ○

١٤) إذا كان معادلتا القطرين  $x = 3 - s$  ،  $x = 1 + s + 5$  في دائرة طول نصف قطرها يساوي  $2\sqrt{3}$  وحدة، فإن معادلة الدائرة هي:

$4 = (1 + s)^2 + (3 - s)^2$  ○       $12 = (1 + s)^2 + (3 - s)^2$  ○

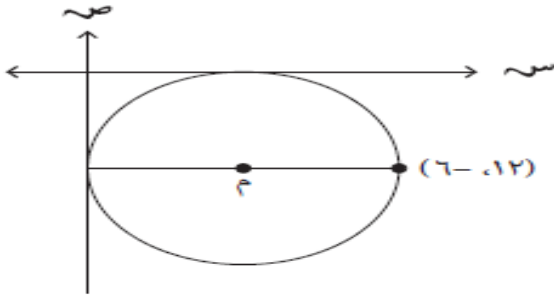
$4 = (1 - s)^2 + (3 + s)^2$  ○       $12 = (1 - s)^2 + (3 + s)^2$  ○

٢١) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (٠، ٠) ، (٠، ٤) ، (٦، ٠).

٢٤) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة (٣-، ٤) يساوي ثلاثة أمثال بعدها عن النقطة (٣-، ٤).

٢٥) أوجد معادلتَي المماسين المرسومين للدائرة  $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 8 = 0$  من النقطة (٠، ٠)

اختبار ١٣ - ١٤ دور ثاني



(١١) من الشكل المجاور معادلة الدائرة التي مركزها م هي:

- $36 = 2(3 + ص) + 2(6 - س)$   
  $36 = 2(6 + ص) + 2(6 - س)$   
  $144 = 2(3 + ص) + 2(6 - س)$   
  $144 = 2(6 + ص) + 2(6 - س)$

(١٢) مركز الدائرة التي معادلتها  $س^2 - ٢ص + ٢س + ٢ك + ٥ = ٠$  ، حيث  $ك \in ح$  ، وطول نصف قطرها  $\sqrt{٥}$  هو:

- $(٦, -١)$    $(٣, -١)$   
  $(٦, ١)$    $(٣, ١)$

(١٣) طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها  $٣(٦ + س) + ٣(٣ - ص) = 36$  يساوي :

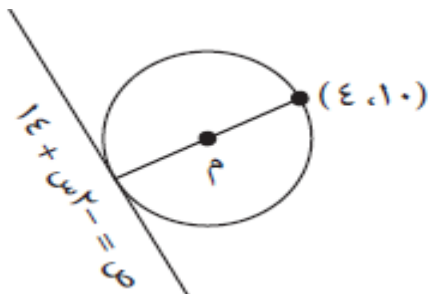
- ٦  ٩  
 ٢  ٤

(١٤) إذا كان طول المماس المرسوم من نقطة  $(٣, -٧)$  للدائرة  $س^2 + ٢ص + ٢س + ٤ = ٠$  يساوي وحدتين ، حيث  $ل \in ح$  ، فإن قيمة ل تساوي :

- $\frac{29}{7}$    $\frac{27}{7}$   
  $\frac{58}{7}$    $\frac{54}{7}$

(١٨) أوجد معادلة العمودي على مماس المنحنى  $ص^2 + ٢س - ٤ = ٠$  عند النقطة  $(١, ٢)$

(٢٢) ضع معادلة الدائرة  $س^2 + ٢ص - ١٦ - ١٢ص = 24$  في الصورة القياسية ثم أوجد مركزها ونصف قطرها.



(٢٥) من الشكل المجاور، أوجد معادلة الدائرة التي مركزها م .

\_\_\_\_\_

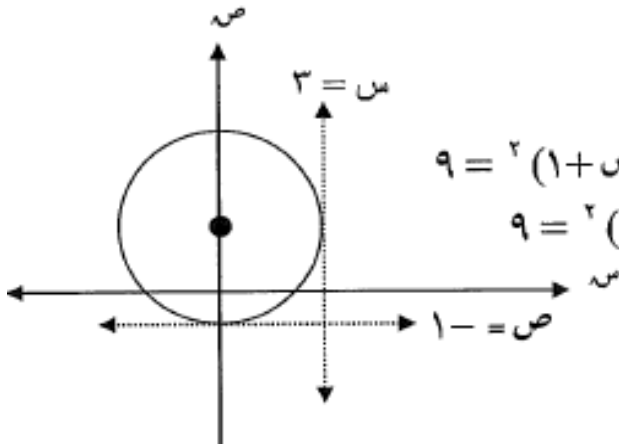
\_\_\_\_\_

(٢٦) أوجد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات في النقطة  $(٠, -٤)$  ، ويقع مركزها على المستقيم  $ص + ٢س - ١ = ٠$  صفر .

اختبار ١٢ - ١٣ تدریب

(١١) مركز الدائرة التي معادلتها  $٤(س + ٢) + ٤(١ - ص) = ٩$  هي :

- (١،٢-)  (١،٤-)  (١،٢-)  (١،٤-)



(١٢) الشكل المقابل يمثل معادلة دائرة طول نصف

قطرها ٣ وحدات ، فإن معادلة الدائرة هي :

$٩ = (١+ص)^٢ + (٣-س)^٢$    $٩ = ص^٢ + (٢-س)^٢$

$٩ = (٢-ص)^٢ + س^٢$    $٩ = (١-ص)^٢ + (٣+س)^٢$

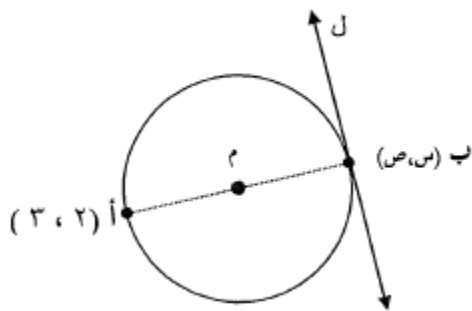
(١٣) المعادلة  $\frac{٣+ص}{٤+س} = \frac{٤-س}{ص-٣}$  تمثل معادلة دائرة طول نصف قطرها يساوي :

- ٦  ٥  ٤  ٣

(١٤) قيم " هـ " التي تجعل المعادلة  $٢ص^٢ + ٢س - ٤ص - ٥ + ٨ = ٠$  صفر

تمثل دائرة تنتمي إلى الفترة :

- $]-٣ ، \infty[$    $]-\infty ، ٣[$    $]-٣ ، ٣[$    $]-\infty ، ٣-$



ب) الشكل المجاور يمثل معادلة الدائرة

$٤٠ = (٨-س)^٢ + (٥-ص)^٢$

أوجد معادلة المماس ل المرسوم لهذه الدائرة عند

النقطة ب ( س ، ص ) .

ج) أوجد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على محور السينات وتر بالنقطتين ( ١ ، ٢ ) ، ( ٣- ، ٤ )

اختبار ١٢ - ١٣ دور أول

١١) مركز الدائرة  $S^2 - 6S + 8V = 11$  هو:

(٤-، ٣)

(٨، ٦-)

(٤، ٣-)

(٨-، ٦)

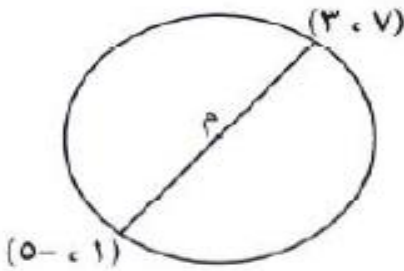
١٢) معادلة الدائرة التي مركزها (م) والمرسومة في الشكل المجاور هي:

$25 = (1 - S)^2 + (4 + S)^2$

$100 = (1 - S)^2 + (4 + S)^2$

$25 = (1 + S)^2 + (4 - S)^2$

$100 = (1 + S)^2 + (4 - S)^2$



١٣) إذا كانت دائرة تمس المحور السيني عند  $(0, 1-)$  ، ومركزها يقع على المستقيم  $S^2 + 5 = 0$  ، فإن طول نصف قطرها يساوي :

٤

٣

٧

٥

١٤) معادلة أحد مماسي الدائرة  $S^2 + 2V = 4$  الموازي للمستقيم  $S + V = 0$  هي:

$0 = 4 + S + V$

$0 = 8 + S + V$

$0 = 2\sqrt{2} + S + V$

$0 = 2\sqrt{2} + 4 + S + V$

بين أن المستقيم  $S + V = 4$  يقطع الدائرة  $S^2 + 2V = 16$

أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين  $(7, 4-)$  ،  $(7, 2)$  ، ومركزها يقع على المستقيم  $3S - 2V - 8 = 0$

دائرة معادلتها  $(S - 3)^2 + (V - 4)^2 = 16$  تمس أضلاع المثلث أ ب ج متطابق الأضلاع. أوجد معادلة المحل الهندسي لحركة رؤوس المثلث ، بحيث تبقى على بعد ثابت من مركز الدائرة. (علماً بأن القطع المتوسط للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس)



١١) أي من المعادلات الآتية تمثل معادلة دائرة ؟

$9 = (2 - s)^2 - (3 + s)^2$

$9 = (2 - s)^2 + (3 + s)^2$

$9 = (2 - s)^2 + (3 + s)^3$

$9 = (2 - s)^2 + (3 + s)^2$

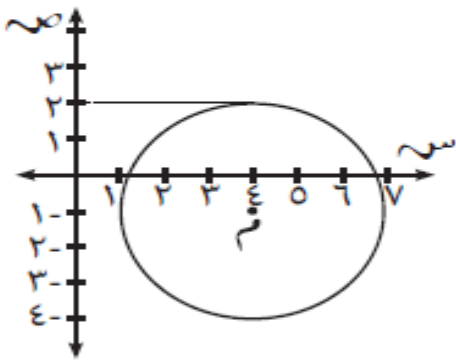
١٢) طول المماس المرسوم من النقطة (٥ ، ٠) للدائرة  $s^2 + v^2 = 16$  يساوي :

٥

٩

٣

٤



١٣) معادلة الدائرة المرسومة في الشكل المجاور هي:

$0 = 8 + s^2 - 2s + v^2$

$0 = 8 + s^2 + 2s + v^2$

$0 = 13 + s^2 + 2s + v^2$

$0 = 13 + s^2 - 2s + v^2$

١٤) طول نصف قطر الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم  $s = 2 - v$  وقوس المستقيم

$s = v$  يساوي:

$\frac{1}{2}$

٢

$\frac{1}{3\sqrt{2}}$

$\sqrt{2}$

أوجد معادلة الدائرة إذا كان أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، -٥) نهايتي قطر فيها.

أوجد معادلة أحد المماسين للدائرة  $s^2 + v^2 = 2$  المرسومين من النقطة (٢ ، ٠)

دائرة مركزها نقطة الأصل ،  $\overline{AB}$  وتر فيها معادلته  $s^3 + 4v = 10$  وطوله  $6\sqrt{3}$  أوجد معادلة الدائرة.

اختبار ١١ - ١٢ دور أول

١١) مركز الدائرة التي معادلتها  $(س - ٢)^2 + (ص + ١)^2 = ٤$  هو:

- (١-٠٢)  (١٠٢-)  (٢-٠١)  (٢٠١-)

١٢) معادلة الدائرة التي مركزها  $(٢، -٣)$  وقوس المحور الصادي هي:

- $٠ = ٤ + ص + ٦ + ٤س - ٢ص + ٢س$    $٠ = ٤ + ص + ٦ + ٤س - ٢ص + ٢س$   
  $٠ = ٤ + ص + ٦ - ٤س + ٢ص + ٢س$    $٠ = ٤ + ص + ٦ - ٤س + ٢ص + ٢س$

١٣) النقطة التي لا يمكن رسم مماس منها للدائرة  $٠ = ٨ - ص + ٢س + ٢ص - ٢س + ٢ص$  هي:

- (١٠٢-)  (٣٠٢)  (٢-٠٣)  (٢٠١)

١٤) معادلة الدائرة التي قوس المستقيمات  $س = ٢$ ،  $س = ٨$ ،  $ص = ٠$  وتقع في الربع الأول هي:

- $٣ = ٢(٥ - ص) + ٢(٣ - س)$    $٩ = ٢(٤ - ص) + ٢(٢ - س)$   
  $٩ = ٢(٣ - ص) + ٢(٥ - س)$    $٢ = ٢(٣ - ص) + ٢(٤ - س)$

أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الآتية: أ  $(٠، ٠)$ ، ب  $(٠، ٨)$ ، ج  $(٢، ٤)$ .

أوجد معادلة المماس المشترك للدائرتين:

$٠ = ٤ + ص + ٦ + ٤س - ٢ص + ٢س$  ،  $٠ = ٤ + ص + ٦ - ٤س + ٢ص + ٢س$   
 علماً بأن المماس يمر بنقطة قواسهما.

اختبار ١١ - ١٢ دور ثاني

١١) نصف قطر الدائرة  $٠ = ٦ - ص + ٢ص + ٢س$  يساوي:

- $\sqrt{١٥}$    $\sqrt{٣}$   
  $\sqrt{٤٢}$    $\sqrt{٣٠}$

١٢) الدائرة  $٠ = ٤ + ص + ٦ + ٤س - ٢ص + ٢س$  قوس المحور الصادي عند النقطة:

- $(٨، ٠)$    $(٨-٠، ٠)$   
  $(٢، ٠)$    $(٢-٠، ٠)$

١٣) معادلة الدائرة التي يكون فيها النقطتان  $(٢، ٤)$ ،  $(٤، ٦)$  نهايتي قطر فيها هي:

- $٦٤ = ٢(٢ - ص) + ٢(٤ + س)$    $٦٤ = ٢(٢ + ص) + ٢(٤ - س)$   
  $١٦ = ٢(٢ + ص) + ٢(٤ - س)$    $١٦ = ٢(٢ - ص) + ٢(٤ + س)$

١٤) معادلة الدائرة التي قوس المستقيمات  $ص = ٥$ ،  $ص = ٩$ ،  $س = ٠$  وتقع في الربع الثاني هي:

- $١٦ = ٢(٧ - ص) + ٢(٢ + س)$    $٤ = ٢(٧ - ص) + ٢(٢ - س)$   
  $١٦ = ٢(٧ + ص) + ٢(٢ - س)$    $٤ = ٢(٧ - ص) + ٢(٢ + س)$

أوجد معادلة الدائرة المرسومة التي تمر بالنقاط  $(٠، ٠)$ ،  $(٢، ٠)$ ،  $(٠، ٦)$ .

أوجد معادلة مماس الدائرة  $٠ = ٤ - ص + ٢ص + ٢س$  عند النقطة  $(٣، ١)$ .